

# 新经典环向粘滞力矩模拟程序 NTVTOK

作者：孙有文，联系方式：[ywsun@ipp.ac.cn](mailto:ywsun@ipp.ac.cn)

该程序通过数值求解线性化漂移动理学方程计算托卡马克三维磁场扰动所引起的新经典环向粘滞（NTV）力矩，并能根据动量输运方程模拟等离子体环向转动演化。

## 基本原理：

线性化漂移动理学方程具备如下形式：

$$[v^\theta \partial_\theta + v^\alpha \partial_\alpha]f - v_d \mathcal{L}(f) = -v^\rho \partial_\rho \ln(f_0)$$

总分布函数定义为  $F = f_0(1 + f)$ ,  $f_0$  为平衡分布函数,  $\mathcal{L}$  为抛射角散射碰撞算符,  $v_d$  为偏向频率,  $(v^\rho, v^\alpha, v^\theta)$  为粒子导心速度。方程原始坐标系为  $(\rho, \alpha = q\theta - \zeta, \theta, \bar{\kappa}^2, x)$ , 其中  $(\rho, \theta, \zeta)$  为 Hamada 坐标系,  $\bar{\kappa}^2$  为抛射角变量,  $x$  为无量纲化粒子动能。通过引入坐标变换：

$$\eta = \eta(\theta, \bar{\kappa}^2)$$

$$\alpha_0 = \alpha - \Delta(\theta, \bar{\kappa}^2)$$

$$\kappa^2 = \bar{\kappa}^2$$

使得粒子轨道在新坐标系中为直线，从而能够方便地研究反弹-漂移共振效应。在新坐标系中对分布函数和漂移动理学方程做傅里叶变换，得到：

$$f = \sum_{n=1}^N \sum_{l=-L}^L f_{nl} e^{i(n\alpha_0 - l\eta)}$$

$$I_1 L_0(\hat{f}_{nl}) - iI_2 \hat{f}_{nl} - i\hat{b}_{nl} = 0$$

式中 $\hat{b}_{nl}$ 表示三维磁场扰动的傅里叶谱。将上述方程离散化为矩阵形式,通过矩阵反解,即可得到扰动分布函数的傅里叶分量 $\hat{f}_{nl}$ 。最后利用新经典理论通量-力依赖关系以及相空间积分,得到NTV力矩密度径向剖面分布 $T_{NTV}$ 。将 $T_{NTV}$ 作为环向动量源,可以基于如下方程模拟等离子体环向动量演化:

$$\frac{\partial}{\partial t} L_\phi = -\frac{G}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\rho}{G} \Gamma_\omega \right) + T_{input} + T_{NTV}$$

NTVTOK 程序能够实现外加磁场扰动或等离子体自发不稳定性条件下三维扰动磁场所引起的 NTV 力矩以及等离子体环向转动演化,对一般三维扰动磁场位形等离子体输运和不稳定性研究具有重要意义。

### 参考文献:

- [1] Y. Sun, Y. Liang, K.C. Shaing, *et. al.*, Neoclassical toroidal plasma viscosity torque in collisionless regimes in tokamaks [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105(14): 145002.
- [2] Y. Sun, Y. Liang, K.C. Shaing, *et. al.*, Modelling of the neoclassical toroidal plasma viscosity torque in tokamaks [J]. *Nucl. Fusion*, 2011, 51(5): 053015.

[3] Y. Sun, K.C. Shaing, Y. Liang, *et. al.*, Numerical validation of the refined formula of neoclassical toroidal plasma viscosity in tokamaks

[J]. *Nucl. Fusion*, 2013, 53(7): 073026.

[4] Y. Sun, X. Li, K. He, *et. al.*, Unified modeling of both resonant and non-resonant neoclassical transport under non-axisymmetric magnetic perturbations in tokamaks [J]. *Phys. Plasmas*, 2019, 26(7):

072504.